

Отзыв

официального оппонента о диссертационной работе Ушакова Сергея Николаевича «Константы неопределенности и системы целочисленных сдвигов», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

Актуальность темы. Диссертация Ушакова С.Н. связана с фундаментальным понятием квантовой механики – принципом неопределенности Гейзенберга с одной стороны и необходимостью численного решения большинства прикладных задач путем аппроксимации точного решения линейными комбинациями элементов тех или иных базисных последовательностей с другой. Качество аппроксимации, очевидно, зависит от наличия или отсутствия у элементов базисной последовательности свойств, априори присущих точному решению. Поэтому важно иметь как можно больше разных базисных последовательностей, обладающих теми или иными заранее заданными свойствами. Методам, позволяющим перестраивать уже известные базисные последовательности с целью получения у них новых свойств (в том числе свойств, связанных с константами локализованности во временной или частотной областях, а значит и с константой неопределенности) и посвящена диссертация Ушакова С.Н. По этой теме известны исследования многих ученых, работающих в разных странах, (смотри обширную библиографию, собранную автором в конце диссертации). Все это подтверждает безусловную важность и актуальность рассматриваемой работы.

Структура и содержание диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка цитированной литературы. Во введении описаны круг решаемых проблем, известные результаты и основные достижения автора. В разделах, предпосланных каждой из глав, автор уточняет постановку рассматриваемых им задач и излагает уже известные результаты.

Первая глава напоминает основные определения, свойства, формулы и результаты, необходимые для дальнейших построений. Изложение сжатое, но полное и ясное. Здесь видны эрудиция и профессионализм автора, не только владеющего методами линейной алгебры, математического и

функционального анализа, но также результатами теории специальных функций и методами приближенных вычислений.

Вторая глава посвящена аналитическому и численному нахождению констант неопределенности ортонормированной системы эрмитовых функций, подвергнутой ортогональному или унитарному преобразованию, затрагивающему два или три элемента системы. Доказательство основано на специфических свойствах этих функций. Важным условием успешных вычислений является также то, что функции Эрмита являются собственными векторами преобразования Фурье с собственными числами $(-i)^n$.

Показано, что применяемый конструктивный метод перестройки действительно уменьшает константы неопределенности перестроенных функций Эрмита.

В третьей главе диссертации рассматривается класс базисных последовательностей, порождаемых сдвигом одной функции. Если последняя имеет достаточно простой вид и простое преобразование Фурье, то это открывает возможность вычисления констант неопределенности последовательности ее сдвигов. Важным инструментом применения такой базисной последовательности к задаче интерполяции является так называемая узловая функция. В третьей главе исследовано поведение коэффициентов узловой функции, порожденной сдвигами функции Гаусса или функции Лоренца. Показано, что коэффициенты первой знакопередаются и быстро убывают, а коэффициенты второй этими хорошими свойствами не обладают.

Отметим, что для аналитического решения данной задачи автор вынужден привлекать специальные функции – θ -функции Якоби.

В заключение этой главы автор сравнивает между собой сами функции Гаусса и Лоренца. Здесь помимо простого расстояния в L_2 следовало бы посмотреть косинус угла между этими функциями, то есть коэффициент корреляции.

В четвертой главе подробно рассматривается построение матрицы системы для нахождения коэффициентов узловой функции в случае $2n + 1$ целочисленного сдвига функции Гаусса и задачи интерполяции с $2m + 1$, $m \geq n$, узлом. Узлы интерполяции, расположены симметрично относительно нуля.

Исследуются вопросы разрешимости и устойчивости численного решения системы. Получено аналитическое решение, выраженное через определитель Вандермонда.

Показано, что применение метода наименьших квадратов для аппроксимации при $m > n$ уменьшает осцилляцию аналога узловой функции за пределами отрезка $[-n, n]$.

Пятая глава, на мой взгляд, содержит наиболее существенные результаты диссертации. В ней автор получает константы неопределенности линейных комбинаций бесконечной системы когерентных состояний, зависящих от двух параметров - шагов ω_1, ω_2 и связанных с ними целочисленных индексов (счетчиков) n, m . Если $\omega_2 = 0$, то когерентные состояния превращаются в соответствующие функции Гаусса.

Здесь, как и во всей диссертации, Ушаков С.Н. демонстрирует совершенную аналитическую технику, преодолевает существенные вычислительные трудности и демонстрирует понимание внутренних связей, помогающих преодолеть эти трудности. В частности, автору удастся найти такие соотношения между параметрами, которые позволяют представить формулу для константы неопределенности, написанную в виде суммы с четырьмя индексами суммирования, через произведение обычных рядов с одним индексом суммирования. Данные предположения естественны при построении узловой функции с помощью линейных комбинаций когерентных состояний, а также в процессе ортогонализации с сохранением структуры сдвигов.

В заключение полученные формулы трансформируются для нахождения узловой функции, порожденной функцией Гаусса, зависящей от параметра σ . Приводится таблица значений константы неопределенности этой функции в зависимости от σ .

Замечания по диссертационной работе в целом.

1. Стр. 48. В определении функции $p(\cdot)$ аргумент γ , а не α .
2. Там же, самое первое предложение «...мы не будем приводить длинные выкладки, так как при вычислении не возникает никаких трудностей» кажется противоречивым.
3. Стр. 50. При нахождении минимума функции двух переменных автор использует метод перебора с малым шагом. Не лучше ли применить метод градиентного спуска?
4. Стр. 60 таблица 3.3 первая строка должна содержать значения s ,

а не σ .

5. Стр. 63 последняя строка. Вместо dt надо dx .

6. Стр. 89, конец первого абзаца пункта 5.4 «...сдвигов Гаусса». Следует писать «...сдвигов функции Гаусса».

7. Там же, формула (5.24) t надо заменить на x .

Оценка новизны и достоверности результатов. Сделанные замечания не снижают общего высокого научного уровня рассматриваемой диссертации. Все утверждения диссертации снабжены полными и подробными доказательствами. Необходимые сведения, используемые в диссертации, сопровождаются ссылками на соответствующие источники. Таким образом, все утверждения диссертации являются полностью обоснованными и достоверными.

Все утверждения диссертации, выносимые на защиту, являются новыми. Диссертация содержит обширный список цитированной литературы, тщательно и хорошо оформлена и удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям.

Ее результаты будут оценены математиками, проводящими свои исследования в области теории функций, функционального анализа и методов вычислений.

Основные результаты диссертации своевременно опубликованы в семи работах, причем четыре статьи опубликованы в журналах из перечня рецензируемых научных изданий, рекомендованных ВАК. Результаты диссертации неоднократно докладывались на различных конференциях, в том числе, имеющих международный статус.

Автореферат диссертации полно и верно отражает ее содержание. Диссертация соответствует паспорту специальности 01.01.01 –вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Заключение. Диссертационная работа Ушакова Сергея Николаевича «Константы неопределенности и системы целочисленных сдвигов» является законченной научно-квалификационной работой, содержащей решение задач, имеющих существенное значение в области теории функций и функционального анализа. Она удовлетворяет всем требованиям п. 9 "Положения о порядке присуждения ученых степеней", утвержденного Постановлением Правительства РФ, которые предъявляются к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук. Автор, Ушаков Сергей Николаевич, несомненно, заслуживает присуждения ученой степени

кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 –
вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент, доктор физико-математических наук, доцент,
профессор кафедры высшей математики Воронежского государственного
архитектурно-строительного университета

Александр Андреевич Седаев.

Адрес: 394006, г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, д. 84

Тел. +7(473) 271-53-62, e-mail: sed@vmail.ru

24.01.2016.

